Esempio 4.1. Si supponga che la durata di vita di una batteria Y segua la distribuzione esponenziale con media $1/\lambda$, $\lambda > 0$. Sia

$$y = (3, 6, 5, 2.3, 7, 4.6, 3.8, 5.5, 11, 6.8)$$

un campione casuale semplice di osservazioni espresse in mesi (si veda l'Esempio 3.3).

1 Si scriva la funzione di log-verosimiglianza e si calcoli la stima di massima verosimiglianza di λ.

2 Si calcoli l'informazione osservata per λ e si scriva la distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza.

3 Si determini un intervallo di confidenza per λ con livello 0.95, basato sulla distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza.

4 Si determini un intervallo di confidenza per λ con livello 0.95, basato sulla distribuzione approssimata di $W(\lambda)$.

5 Utilizzando la distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza, si ottenga un test con livello approssimato $1 - \alpha = 0.95$ per verificare l'ipotesi nulla $H_0 : \lambda = \lambda_0 = 0.2$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \lambda \neq \lambda_0 = 0.2$. Si calcoli α^{oss} con i dati a disposizione.

6 Si ripetano i punti 1-5, considerando la parametrizzazione $\mu = 1/\lambda$.

Esempio 4.2. Siano $y_1, \ldots, y_n$ realizzazioni indipendenti di variabili casuali Poisson con media λx_i^2, con $\lambda > 0$ e $x_1, \ldots, x_n$ costanti note non nulle.

1 Si scriva la funzione di log-verosimiglianza e si calcoli la stima di massima verosimiglianza di λ, supponendo che $\sum_{i=1}^n y_i = 10$ e $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 100$.

2 Si trovi l'informazione osservata per λ e si scriva la distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza.

3 Si determini un intervallo di confidenza per λ con livello 0.95, basato sulla distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza.

4 Si determini un intervallo di confidenza per λ con livello 0.95, basato sulla distribuzione approssimata di $W(\lambda)$.

5 Utilizzando la distribuzione approssimata dello stimatore di massima verosimiglianza, si ottenga un test con livello approssimato $1-\alpha = 0.95$ per verificare l'ipotesi nulla $H_0 : \lambda = \lambda_0 = 1$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \lambda \neq \lambda_0 = 1$. Con i valori al punto 1, si calcoli α^{oss}.

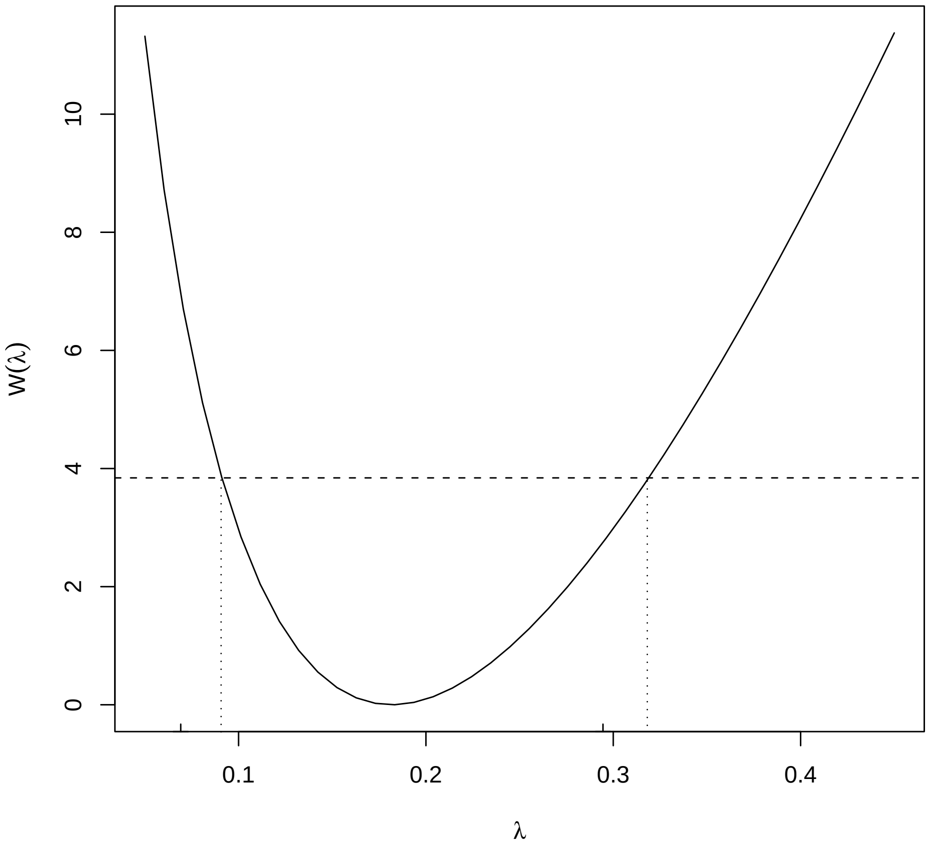

Figura 1: Esempio 4.1. Intervallo di confidenza con livello 0.95 per λ, basato su $W(\lambda)$.

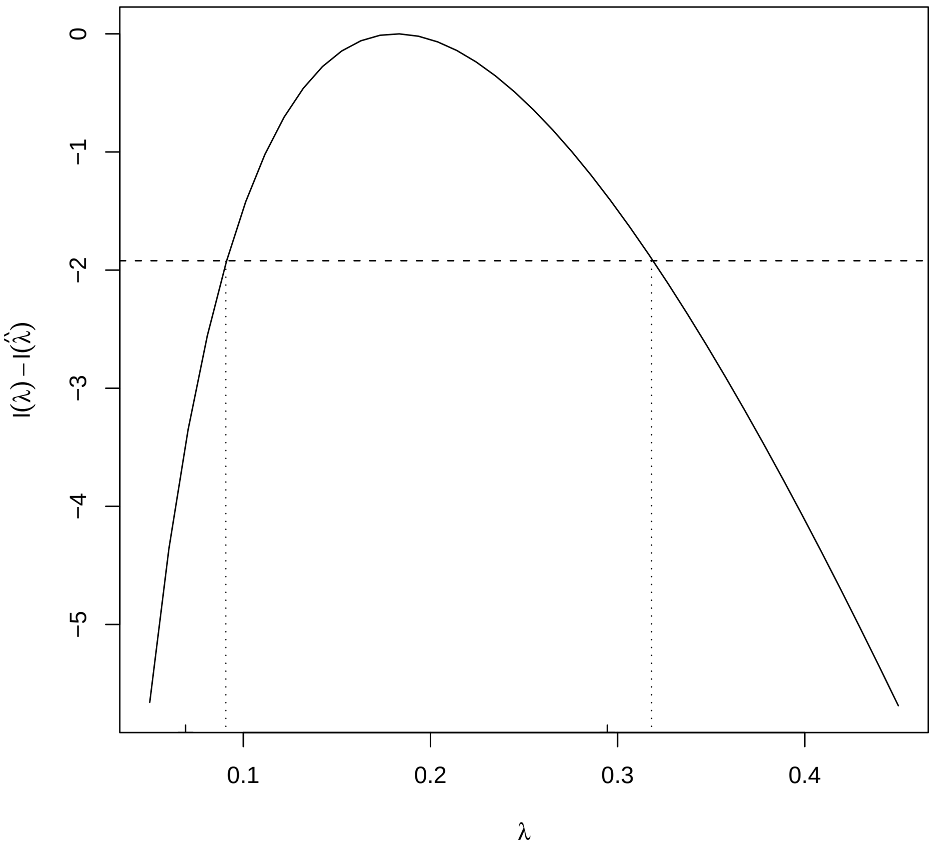

Figura 2: Esempio 4.1. Intervallo di confidenza con livello 0.95 per λ, basato sulla log-verosimiglianza relativa.

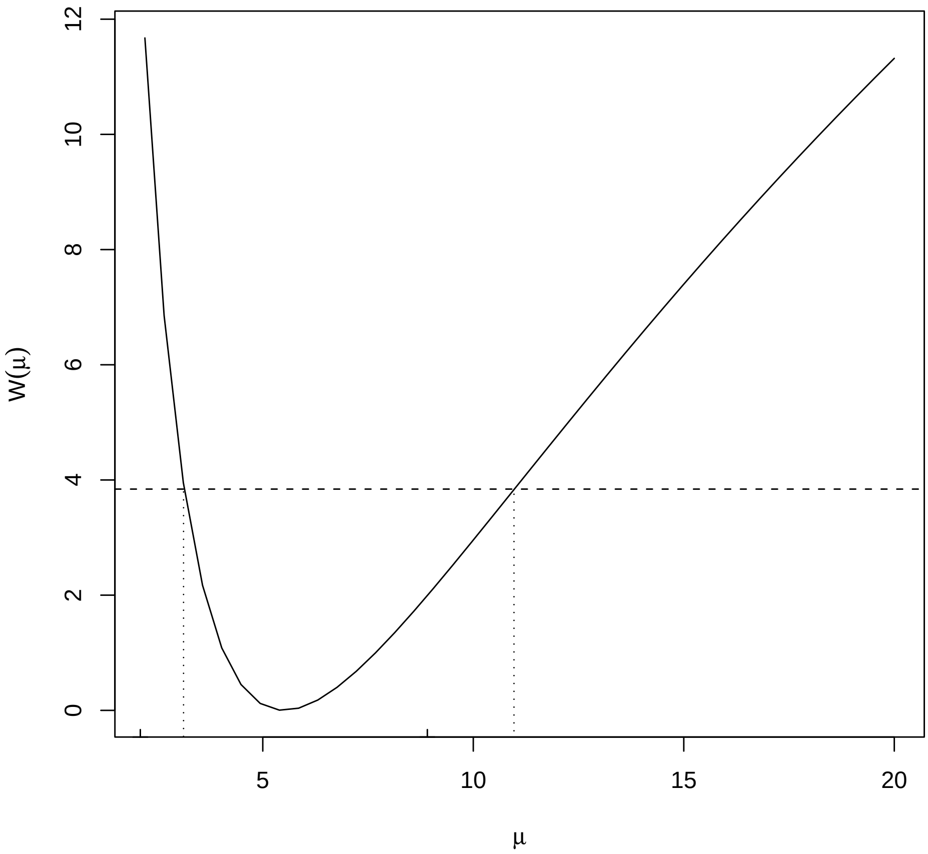

Figura 3: Esempio 4.1. Intervallo di confidenza con livello 0.95 per μ, basato su $W(\mu)$.

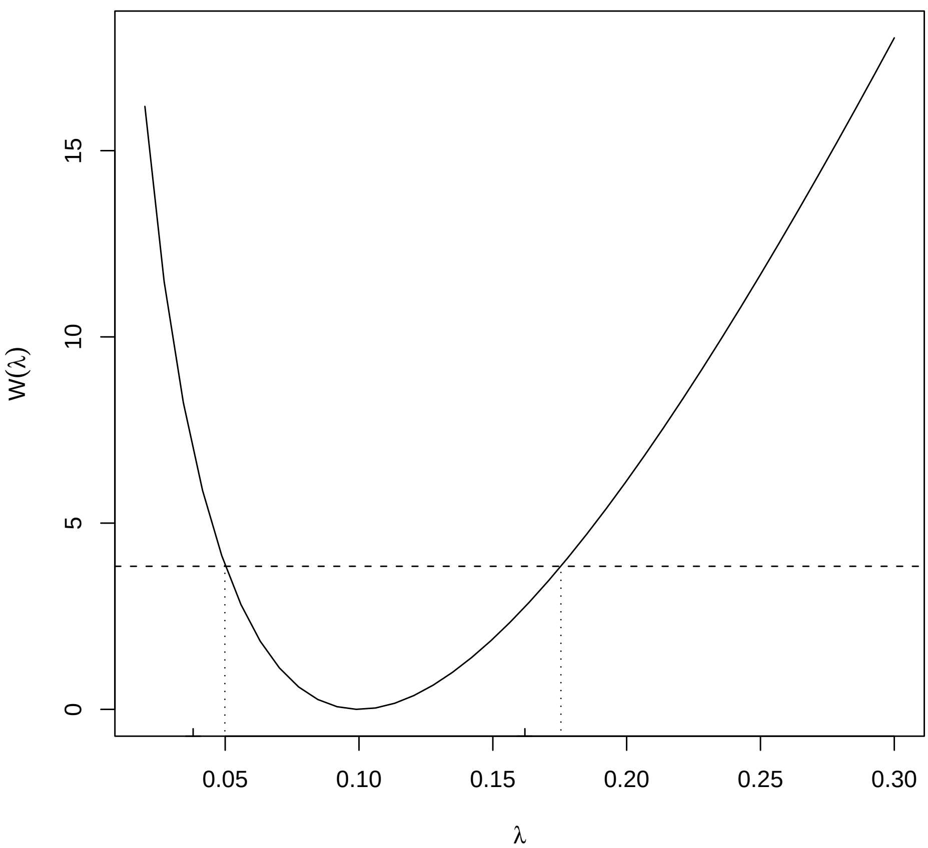

Figura 4: Esempio 4.2. Intervallo di confidenza con livello 0.95 per λ, basato su $W(\lambda)$.

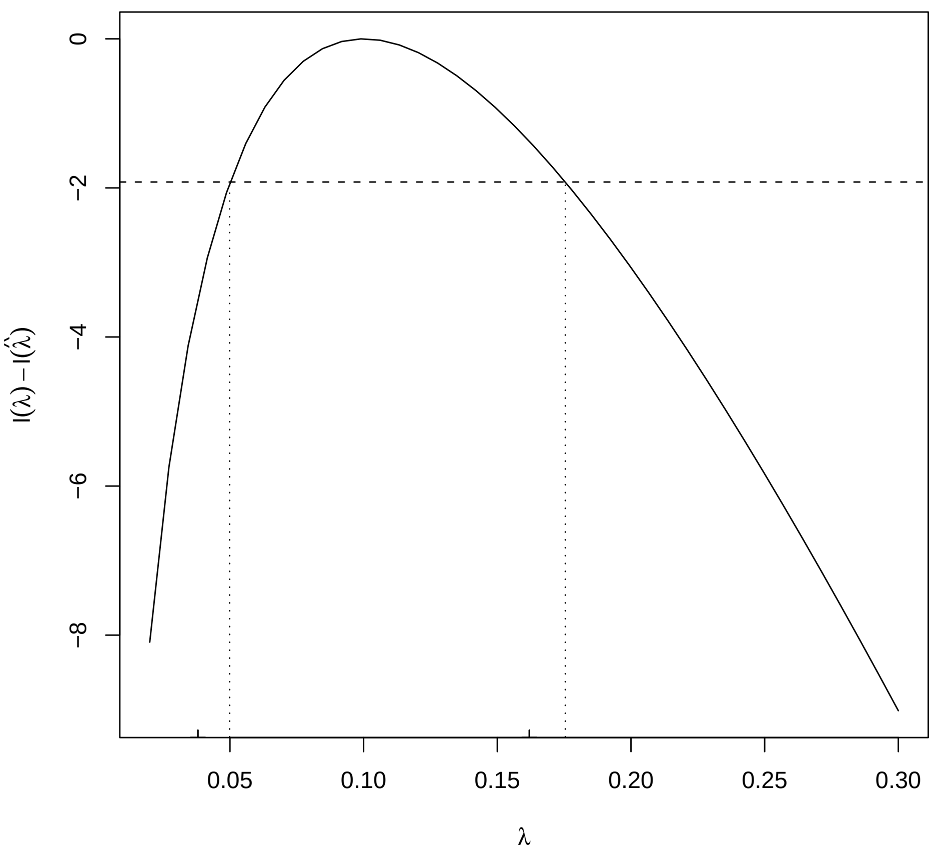

Figura 5: Esempio 4.2. Intervallo di confidenza con livello 0.95 per λ, basato sulla log-verosimiglianza relativa.