Esercizio 5.1. Siano $y_1, \ldots, y_n$ realizzazioni indipendenti di variabili casuali Poisson con media $\lambda\, x_i^2$, con $\lambda > 0$ e $x_1, \ldots, x_n$ costanti note non nulle (cfr. Esempio 4.2).

1 Sapendo che $\sum_{i=1}^n y_i = 10$ e $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 100$, si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \lambda = \lambda_0 = 1$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \lambda \neq \lambda_0 = 1$, utilizzando la distribuzione approssimata di $W(\lambda_0)$.

2 Utilizzando la distribuzione approssimata di $r(\lambda)$, si ottenga un test con livello approssimato $1-\alpha = 0.95$, per verificare l'ipotesi nulla $H_0 : \lambda = 1$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \lambda > 1$.

Esercizio 5.2. Siano $y_1, \ldots, y_{30}$ realizzazioni indipendenti di variabili casuali beta con funzione di densità $p(y;\theta) = \theta y^{\theta-1}$, con $0 \leq y \leq 1$ e $\theta > 0$ (cfr. Esercizio 4.1).

1 Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \theta = \theta_0 = 4$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \theta \neq \theta_0$, utilizzando la distribuzione approssimata di $W(\theta_0)$ e sapendo che $\sum_{i=1}^n \log(y_i) = -7.07$.

2 Rispondere al punto precedente, utilizzando la distribuzione approssimata della statistica test radice con segno di $W(\theta_0)$, $r(\theta_0)$.

Esercizio 5.3. Siano $y_1, \ldots, y_{15}$ realizzazioni indipendenti di variabili casuali esponenziali con funzione di densità $p_{Y_i}(y_i;\theta) = a_i\theta \exp(-a_i\theta y_i)$, con a_i costanti positive note (cfr. Esercizio 4.2).

1 Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \theta = \theta_0 = 1$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \theta \neq \theta_0$, utilizzando la distribuzione approssimata di $W(\theta_0)$ e sapendo che $\sum_{i=1}^{15} a_i y_i = 11$.

2 Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \theta = \theta_0 = 1$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \theta < \theta_0$, , utilizzando la distribuzione approssimata della statistica test radice con segno di $W(\theta_0)$, $r(\theta_0)$.

Esercizio 5.4. Si considerino i seguenti dati (in migliaia di lire) relativi a $n = 10$ famiglie italiane (si vedano gli Esempi 2.1 e 3.1)

Spesa per viaggi	(y)	800	1100	500	8200	5300
Reddito	(x)	15700	21200	13500	64500	42300
Spesa per viaggi	(y)	2800	4400	1600	4000	1700
Reddito	(x)	34600	54800	28500	33000	19900

Si assuma che $y = (y_1, \ldots, y_n)$ sia un campione casuale tratto da variabili casuali indipendenti $Y_i \sim N(\beta\, x_i, \sigma^2)$, dove le x_i si suppongono fissate, mentre β e σ^2 sono parametri ignoti.

1 Si determini una regione di confidenza per $\theta = (\beta, \sigma^2)$ con livello 0.95, basato sulla distribuzione approssimata di $W(\theta)$.

2 Utilizzando la distribuzione approssimata di $W(\theta)$, si ottenga un test con livello approssimato $1 - \alpha = 0.95$, per verificare l'ipotesi nulla $H_0 : \beta = 0.10$ e $\sigma^2 = 1000000$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \beta \neq 0.10$ o $\sigma^2 \neq 1000000$. Si calcoli il livello di significatività osservato.