Formule per l'esame

- ⋆ Se $(Y_1, \dots, Y_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una $N(\mu, \sigma^2)$ allora
$$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \sim \mathrm{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$
e quindi
$$\frac{\sqrt{n}(\overline{Y} - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1)$$

- ⋆ Se $Y \sim \mathrm{Bi}(\vartheta, n)$ allora, per $n\vartheta$ non troppo piccolo, la distribuzione di
$$\frac{\hat{\vartheta} - \vartheta}{\sqrt{\vartheta(1-\vartheta)/n}}$$
è approssimabile con quella di una normale standard.

- ⋆ Se la più piccola delle frequenze attese non è troppo piccola la distribuzione dell'X^2 di Pearson può essere approssimata con quella di una variabile casuale χ^2 di Pearson con
$$[(\text{numero righe tabella}) - 1] \times \left[\left(\begin{array}{c}\text{numero colonne}\\ \text{tabella}\end{array}\right) - 1\right]$$
gradi di libertà.

- ⋆ $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{y} - \mu)}{s} \sim t$ di Student con $n-1$ gradi di libertà.

- ⋆ $\dfrac{\overline{y} - \overline{x}}{s\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-1}$ dove $\overline{y}$ e $\overline{x}$ sone le medie dei due gruppi mentre
$$s^2 = \frac{1}{n+m-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 + \sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{x})^2\right]$$

- ⋆ $v^2 = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{k} n_i v_i^2 + \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(\overline{y}_i - \overline{y})^2$. ovvero la varianza totale è uguale alla "varianza entro i gruppi" più la "varianza tra i gruppi".

- ⋆ $\left(\dfrac{\text{varianza tra i gruppi}}{\text{varianza entro i gruppi}}\right)\left(\dfrac{n-k}{k-1}\right) \sim F$ di Snedecor con $k-1$ e $n-k$ gradi di libertà

⋆ Analisi della varianza a due criteri: definizione degli effetti

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{1}{IJ}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\mu_{ij} \\
\beta_i &= \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}(\mu_{ij}-\alpha) \quad i=1,\dots,I \\
\gamma_j &= \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}(\mu_{ij}-\alpha) \quad j=1,\dots,J \\
\delta_{ij} &= \mu_{ij}-\alpha-\beta_i-\gamma_j
\end{aligned}$$

Quindi

$$\mu_{ij} = \alpha + \beta_i + \gamma_i + \delta_{ij}$$

⋆ Analisi della varianza a due criteri: tabella

fattore	somma dei quadrati	gradi di libertà	errore quadratico medio	F	p
A	d^2_A	$I-1$	$s^2_A = \frac{d^2_A}{I-1}$	$\mathrm{F}_A = \frac{s^2_A}{s^2_R}$	p_A
B	d^2_B	$J-1$	$s^2_B = \frac{d^2_B}{J-1}$	$\mathrm{F}_B = \frac{s^2_B}{s^2_R}$	p_B
interazione $A \times B$	$d^2_{A\times B}$	$(I-1) \times (J-1)$	$s^2_{A\times B} = \frac{d^2_{A\times B}}{(I-1)(J-1)}$	$\mathrm{F}_{A\times B} = \frac{s^2_{A\times B}}{s^2_r}$	$p_{A\times B}$
residuo	d^2_R	$IJ(K-1)$	$s^2_R = \frac{d^2_R}{IJ(K-1)}$		
totale	d^2_T	$IJK-1$	$s^2_T = \frac{d^2_T}{IJK-1}$		

dove

$$\begin{aligned}
&d^2_A = JK\textstyle\sum_i \hat{\beta}^2_i \qquad d^2_B = IK\sum_j \hat{\gamma}^2_j \\
&d^2_{A\times B} = K\textstyle\sum_{ij}\hat{\delta}^2_{ij} \quad d^2_R = \sum_{ijk} r^2_{ijk} \\
&d^2_T = \textstyle\sum_{ijk}(y_{ijk}-\hat{\alpha})^2 = d^2_A + d^2_B + d^2_{A\times B} + d^2_R
\end{aligned}$$

Inoltre

$$\begin{aligned}
F_A &\sim F \text{ con } I-1 \text{ e } IJ(K-1) \text{ gradi di libertà} \\
F_B &\sim F \text{ con } J-1 \text{ e } IJ(K-1) \text{ gradi di libertà} \\
F_{A\times B} &\sim F \text{ con } (I-1)(J-1) \text{ e } IJ(K-1) \text{ gradi di libertà}
\end{aligned}$$

Quantili di una distribuzione normale di media nulla e varianza uno

La tabella riporta i quantili di dimensione $p_0 + p_1$ di una normale standard. Ad esempio, 0,292 è il quantile 0,615 ovvero $P(N(0,1) \leq 0{,}292) = 0{,}615$.

			p_0		
p_1	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0	0.253	0.524	0.842	1.282
0.005	0.013	0.266	0.539	0.86	1.311
0.01	0.025	0.279	0.553	0.878	1.341
0.015	0.038	0.292	0.568	0.896	1.372
0.02	0.05	0.305	0.583	0.915	1.405
0.025	0.063	0.319	0.598	0.935	1.44
0.03	0.075	0.332	0.613	0.954	1.476
0.035	0.088	0.345	0.628	0.974	1.514
0.04	0.1	0.358	0.643	0.994	1.555
0.045	0.113	0.372	0.659	1.015	1.598
0.05	0.126	0.385	0.674	1.036	1.645
0.055	0.138	0.399	0.69	1.058	1.695
0.06	0.151	0.412	0.706	1.08	1.751
0.065	0.164	0.426	0.722	1.103	1.812
0.07	0.176	0.44	0.739	1.126	1.881
0.075	0.189	0.454	0.755	1.15	1.96
0.08	0.202	0.468	0.772	1.175	2.054
0.085	0.215	0.482	0.789	1.2	2.17
0.09	0.228	0.496	0.806	1.227	2.326
0.095	0.24	0.51	0.824	1.254	2.576
0.099	0.251	0.522	0.838	1.276	3.09

Quantili di una t di Student

g indica i gradi di libertà. p la probabilità lasciata a "sinistra". Quindi, ad esempio, $P(t$ con 2 gradi di libertà $\leq 6{,}96) = 0.99$. L'ultima riga ($g = \infty$) mostra i quantili di una $N(0, 1)$. Possono essere usati come approssimazione, se $g > 30$.

	p							
g	0,75	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	0,82	1,89	2,92	4,3	6,96	9,92	22,33	31,6
3	0,76	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	0,74	1,53	2,13	2,78	3,75	4,6	7,17	8,61
5	0,73	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	0,72	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	0,71	1,41	1,89	2,36	3	3,5	4,79	5,41
8	0,71	1,4	1,86	2,31	2,9	3,36	4,5	5,04
9	0,7	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,3	4,78
10	0,7	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	0,7	1,36	1,8	2,2	2,72	3,11	4,02	4,44
12	0,7	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	0,69	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	0,69	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	0,69	1,34	1,75	2,13	2,6	2,95	3,73	4,07
16	0,69	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	0,69	1,33	1,74	2,11	2,57	2,9	3,65	3,97
18	0,69	1,33	1,73	2,1	2,55	2,88	3,61	3,92
19	0,69	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	0,69	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	0,69	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	0,69	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,5	3,79
23	0,69	1,32	1,71	2,07	2,5	2,81	3,48	3,77
24	0,68	1,32	1,71	2,06	2,49	2,8	3,47	3,75
25	0,68	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	0,68	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	0,68	1,31	1,7	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	0,68	1,31	1,7	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	0,68	1,31	1,7	2,05	2,46	2,76	3,4	3,66
30	0,68	1,31	1,7	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
∞	0,67	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Quantili di un χ^2 di Pearson

g indica i gradi di libertà, *p* la probabilità lasciata a "sinistra", Quindi, ad esempio, $P(\chi^2$ con 2 gradi di libertà $\leq 9{,}21) = 0{,}99$

	p							
g	0,1	0,25	0,5	0,75	0,90	0,95	0,99	0,999
1	0,02	0,1	0,45	1,32	2,71	3,84	6,63	10,83
2	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	9,21	13,82
3	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	11,34	16,27
4	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	13,28	18,47
5	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	15,09	20,52
6	2,2	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	16,81	22,46
7	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	18,48	24,32
8	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	20,09	26,12
9	4,17	5,9	8,34	11,39	14,68	16,92	21,67	27,88
10	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	23,21	29,59
11	5,58	7,58	10,34	13,7	17,28	19,68	24,72	31,26
12	6,3	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	26,22	32,91
13	7,04	9,3	12,34	15,98	19,81	22,36	27,69	34,53
14	7,79	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	29,14	36,12
15	8,55	11,04	14,34	18,25	22,31	25	30,58	37,7
16	9,31	11,91	15,34	19,37	23,54	26,3	32	39,25
17	10,09	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	33,41	40,79
18	10,86	13,68	17,34	21,6	25,99	28,87	34,81	42,31
19	11,65	14,56	18,34	22,72	27,2	30,14	36,19	43,82
20	12,44	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	37,57	45,31
21	13,24	16,34	20,34	24,93	29,62	32,67	38,93	46,8
22	14,04	17,24	21,34	26,04	30,81	33,92	40,29	48,27
23	14,85	18,14	22,34	27,14	32,01	35,17	41,64	49,73
24	15,66	19,04	23,34	28,24	33,2	36,42	42,98	51,18
25	16,47	19,94	24,34	29,34	34,38	37,65	44,31	52,62

Quantili di una F di Snedecor

La tabella è deliberatamente limitata a quello che può essere utile per esercizi ed esami. $g1$ e $g2$ indicano rispettivamente i gradi di libertà del numeratore e del denominatore, p la probabilità lasciata a "sinistra". Quindi, ad esempio, $P(F$ con 2 e 10 gradi di libertà $\leq 4{,}1) = 0{,}95$.

		p					
$g1$	$g2$	0,5	0,75	0,90	0,95	0,99	0,999
1	10	0,49	1,49	3,29	4,96	10,04	21,04
1	15	0,48	1,43	3,07	4,54	8,68	16,59
1	20	0,47	1,4	2,97	4,35	8,1	14,82
1	30	0,47	1,38	2,88	4,17	7,56	13,29
1	50	0,46	1,35	2,81	4,03	7,17	12,22
1	50	0,46	1,35	2,81	4,03	7,17	12,22
1	51	0,46	1,35	2,81	4,03	7,16	12,19
2	10	0,74	1,6	2,92	4,1	7,56	14,91
2	15	0,73	1,52	2,7	3,68	6,36	11,34
2	20	0,72	1,49	2,59	3,49	5,85	9,95
2	30	0,71	1,45	2,49	3,32	5,39	8,77
2	50	0,7	1,43	2,41	3,18	5,06	7,96
2	50	0,7	1,43	2,41	3,18	5,06	7,96
2	51	0,7	1,42	2,41	3,18	5,05	7,93
3	10	0,85	1,6	2,73	3,71	6,55	12,55
3	15	0,83	1,52	2,49	3,29	5,42	9,34
3	20	0,82	1,48	2,38	3,1	4,94	8,1
3	30	0,81	1,44	2,28	2,92	4,51	7,05
3	50	0,8	1,41	2,2	2,79	4,2	6,34
3	50	0,8	1,41	2,2	2,79	4,2	6,34
3	51	0,8	1,41	2,19	2,79	4,19	6,32
4	10	0,9	1,59	2,61	3,48	5,99	11,28
4	15	0,88	1,51	2,36	3,06	4,89	8,25
4	20	0,87	1,47	2,25	2,87	4,43	7,1
4	30	0,86	1,42	2,14	2,69	4,02	6,12
4	50	0,85	1,39	2,06	2,56	3,72	5,46
4	50	0,85	1,39	2,06	2,56	3,72	5,46
4	51	0,85	1,39	2,06	2,55	3,71	5,44
5	10	0,93	1,59	2,52	3,33	5,64	10,48
5	15	0,91	1,49	2,27	2,9	4,56	7,57
5	20	0,9	1,45	2,16	2,71	4,1	6,46
5	30	0,89	1,41	2,05	2,53	3,7	5,53
5	50	0,88	1,37	1,97	2,4	3,41	4,9
5	50	0,88	1,37	1,97	2,4	3,41	4,9
5	51	0,88	1,37	1,96	2,4	3,4	4,88